2 GRAMATIKY

CÍL KAPITOLY

Po úspěšném a aktivním absolvování této kapitoly

Budete umět:

Budete umět

- Rozumět pojmům gramatika, krok odvození, jazyk generovaný gramatikou a Chomskému rozdělení gramatik.
- Vytvořit příklady gramatik

ČAS POTŘEBNÝ KE STUDIU



180 minut

KLÍČOVÁ SLOVA KAPITOLY GRAMATIKY

Gramatika, krok odvození, jazyk generovaný gramatikou, Chomského rozdělení gramatik

Klíčová slova

2.1 Gramatiky

Na konci předešlé kapitoly jsme se zabývali otázkou, jakým způsobem reprezentovat nekonečný jazyk tak, aby tato reprezentace byla konečná. Rozdělili jsme takové způsoby do dvou skupin podle toho, za postup využíval generování slov jazyka nebo rozhodování o tom, jestli slovo do jazyka náleží či nikoliv.

V této kapitole se budeme zabývat možnostmi generování slov vyhovujících daným podmínkám, tedy patřících do určitého jazyka. Jinými slovy gramatika vytváří (generuje) slova daného jazyka, popisuje strukturu jazyka.

Budeme se snažit nalézt taková pravidla, podle kterých získáme (vygenerujeme) všechna možná slova. Takových pravidel však bude jen konečné množství.

DEFINICE 2-1



Gramatika je uspořádaná čtveřice G = (N, T, P, S), kde:

- N je neprázdná konečná množina neterminálních symbolů (neterminální abeceda),
- T je neprázdná konečná množina terminálních symbolů (terminální abeceda), platí $N \cap T = \emptyset$,
- P je neprázdná konečná množina pravidel typu $\alpha \rightarrow \beta$, kde α je slovo z $(N \cup T)^* N (N \cup T)^*$ a β je slovo z $(N \cup T)^*$.
- S je startovací symbol gramatiky, $S \in N$.

DEFINICE 2-2

Větná forma zkráceně **věta** je slovo, které obsahuje neterminální i terminální symboly.

Gramatika tedy pracuje se dvěma druhy symbolů (znaků, písmen). Prvním druhem jsou neterminální symboly. Můžeme je přirovnat k „polotovarům“. Pomocí pravidel je můžeme přeformovat v jiné symboly. Druhým typem jsou terminální symboly. Ty se již dále měnit nedají.

Pravidla mají svou levou a pravou stranu. Na levé straně obsahují alespoň jeden neterminál. Pro pravidlo $\alpha \rightarrow \beta$ říkáme, že α se přepíše na β. Použití pravidla vypadá tak, že ve větě nahradíme řetězec α řetězcem β.

Například mějme pravidlo $S \rightarrow 0S1$. Pokud budeme toto pravidlo aplikovat na větu 0S dostáváme z věty 0S větu 00S1. Opakovaným použitím tohoto pravidla pak umíme odvodit věty 000S11, 0000S111, 00000S1111,…

Jedné takové aplikaci pravidla na větu říkáme krok odvození.

DEFINICE 2-3

Krok odvození: Nechť $G = (N, T, P, S)$ je gramatika, $\alpha \rightarrow \beta$ je pravidlo z P a nechť χ a δ jsou dvě slova z $(N \cup T)^*$. Definujme binární relaci krok odvození ${}_G\Rightarrow \subseteq (N \cup T)^{*2}$ takto

$$\chi\alpha\delta \; {}_G\Rightarrow \; \chi\beta\delta$$

a říkáme, že z $\chi\alpha\delta$ se dá **přímo odvodit** $\chi\beta\delta$.

Tedy relace ${}_G\Rightarrow$ platí mezi dvěma slovy právě tehdy, když jde z prvního slova jedním krokem aplikací pravidla z P odvodit slovo druhé.

Relaci odvození v k krocích, $k \in N_0$ značíme ${}_G\Rightarrow^k$ a definujeme následujícím způsobem:

${}_G\Rightarrow^0$ je identita $(\alpha \; {}_G\Rightarrow^0 \; \alpha)$

${}_G\Rightarrow^{k+1} = {}_G\Rightarrow^k \cdot {}_G\Rightarrow (\alpha_1 \; {}_G\Rightarrow \; \alpha_2 \; {}_G\Rightarrow \; \alpha_3 \; ... \; \alpha_{k-1} \; {}_G\Rightarrow \; \alpha_k \text{ a } \alpha_k \; {}_G\Rightarrow \; \alpha_{k+1})$

Reflexivní a tranzitivní uzávěr relace ${}_G\Rightarrow$ nazveme odvozením a označíme ${}_G\Rightarrow^*$.

${}_G\Rightarrow^* = \bigcup_{i \geq 0} \; {}_G\Rightarrow^i$

DEFINICE 2-4

Jazyk generovaný gramatikou G je množina $L(G) = \{w \mid w \in T^* \text{ a } S \; {}_G\Rightarrow^* \; w\}$.

Pro každé slovo z L(G) tedy platí:

1. Skládá se jen z terminálních symbolů
2. Dá se odvodit z S

ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 2-1



Určete jazyk $L(G_1)$, když:

$G_1 = (N, T, P, S)$

$N = \{S\}$

$T = \{0, 1\}$

$P = \{S \rightarrow 0S1, S \rightarrow 01\}$

Řešení příkladu

$S \Rightarrow 01$

$S \Rightarrow 0S1 \Rightarrow 0011$

$S \Rightarrow 0S1 \Rightarrow 00S11 \Rightarrow 000111$

$L(G_1) = \{0^i1^i \mid i > 0\}$

*

ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 2-2



Určete jazyk $L(G_2)$, když:

$G_2 = (N, T, P, S)$

$N = \{S\}$

$P = \{S \rightarrow aS \mid a\}$

Řešení příkladu

$S \Rightarrow a$

$S \Rightarrow aS \Rightarrow aa$

$S \Rightarrow aS \Rightarrow aaS \Rightarrow aaa$

$L(G_2) = \{a^i \mid i \geq 1\}$

*

ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 2-3



Určete jazyk $L(G_3)$, když:

$G_3 = (N, T, P, S)$

$N = \{A, S\}$

$T = \{0, 1\}$

$P = \{S \rightarrow 0A1, 0A \rightarrow 00A11, A \rightarrow c\}$

Řešení příkladu

$S \Rightarrow 0A1 \Rightarrow 0c1$

$S \Rightarrow 0A1 \Rightarrow 00A11 \Rightarrow 00c11$

$S \Rightarrow 0A1 \Rightarrow 00A11 \Rightarrow 000A111 \Rightarrow 000c111$

$L(G_3) = \{0^n c 1^n \mid n \geq 1\}$

*

DEFINICE 2-5

CHOMSKÉHO ROZDĚLENÍ GRAMATIK

1. Gramatiky typu 3 (Regulární, REG)

- Pravidla ve tvaru: $A \rightarrow a$, $A \rightarrow aB$

- Může existovat pravidlo $S \rightarrow \varepsilon$, pokud se S nenachází na pravé straně žádného pravidla.

2. Gramatiky typu 2 (bezkontextové, CF)

- Pravidla ve tvaru: $A \rightarrow \alpha$; $\alpha \in (N \cup T)^*$

3. Gramatiky typu 1 (nezkracující, monotónní)

- Pravidla ve tvaru: $\alpha \rightarrow \beta$; $|\alpha| \leq |\beta|$

- Může existovat pravidlo $S \rightarrow \varepsilon$, pokud se S nenachází na pravé straně žádného pravidla.

4. Gramatiky typu 0 (rekurzivně vyčíslitelné, RE)

- Žádné zvláštní podmínky na tvar pravidel, jen na levé straně musí být alespoň jeden neterminál.

- Jiný zápis: $\alpha A \beta \rightarrow \chi$

ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 2-4

Určete o jaký typ gramatiky se jedná:

$G = (N, T, P, S)$

$N = \{S\}$

$T = \{0, 1\}$

$P = \{S \rightarrow 0S1, S \rightarrow 01\}$

Řešení příkladu

$S \Rightarrow 01$

$S \Rightarrow 0S1 \Rightarrow 00S11 \Rightarrow 000111$

$L(G) = \{0^n1^n \mid n \geq 1\}$

Gramatika je bezkontextová.

*

SHRNUTÍ KAPITOLY GRAMATIKY



Shrnutí kapitoly

Tato kapitola seznámila studenty s pojmy: Gramatika, krok odvození, jazyk generovaný gramatikou, Chomského rozdělení gramatik.